

3章 P61 演習問題 3.4.

..
 両端支持はりに一様分布荷重が作用したときのたわみを求めよ. ..

..
 $f(x) = p$ より ..

$$EI \frac{d^4 v}{dx^4} = -p$$

$$EI v'''' = -px + C_1$$

$$EI v''' = -\frac{P}{2}x^2 + C_1 x + C_2 \quad ..$$

$$EI v'' = -\frac{P}{6}x^3 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2 x + C_3$$

$$EI v = -\frac{P}{24}x^4 + \frac{C_1}{6}x^3 + \frac{C_2}{2}x^2 + C_3 x + C_4 \dots (1)$$

となる. また, 境界条件は ..

$$x=0, l \text{ のとき } v=0, \frac{d^2 v}{dx^2} = v'' = 0 ..$$

$x=0$ のとき $v=0, v''=0$ より ..

$$C_2 = 0, C_4 = 0 ..$$

$x=l$ のとき $v=0, v''=0$ より ..

$$-\frac{P}{2}l^2 + C_1 l = 0$$

$$\therefore C_1 = \frac{P}{2}l \quad ..$$

$$-\frac{P}{24}l^3 + \frac{P}{12}l^3 + C_3 l = 0$$

$$\therefore C_3 = -\frac{P}{24}l^3 \quad ..$$

よって (1) 式に代入するとたわみは ..

$$EI v = -\frac{P}{24}x^4 + \frac{P}{12}lx^3 - \frac{P}{24}l^3 x$$

$$\therefore v = -\frac{P}{24EI}(x^4 - 2lx^3 + l^3 x) \quad ..$$

と求まる。また、 $x=l/2$ でたわみは最大だから、

$$\begin{aligned} v_{\max} &= v\Big|_{x=\frac{l}{2}} = -\frac{P}{24EI} \left(\frac{l^4}{16} - 2l \cdot \frac{l^3}{8} + \frac{l^4}{2} \right) \\ &= -\frac{5Pl^4}{384EI} \end{aligned}$$