51065　　葛西　浩平　解答

２章の演習問題３と４の解答

図 2.13 に示す 5 本トラス構造の全体剛性マトリックスを求めよ。

部材①　1＝i 2=j　$\theta = 0°$

$$K^1{}_{11} = K^1{}_{22} = k\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K^1{}_{12} = K^1{}_{21} = k\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

部材②　1＝i 4=j　$\theta = 90°$

$$K^2{}_{11} = K^2{}_{44} = k\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K^2{}_{14} = K^2{}_{41} = k\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

部材③　2＝i 4=j　$\theta = 135°$

$$K^3{}_{22} = K^3{}_{44} = k\begin{bmatrix} \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{-1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{-1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$K^3{}_{24} = K^3{}_{42} = k\begin{bmatrix} \frac{-1}{2\sqrt{2}} & \frac{1}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1}{2\sqrt{2}} & \frac{-1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

部材④　2＝i 3=j　$\theta = 90°$

$$K^4{}_{22} = K^4{}_{33} = k\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K^4{}_{23} = K^4{}_{32} = k\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

部材⑤　3＝i 4=j　$\theta = 180°$

$$K^5{}_{33} = K^5{}_{44} = k\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K^5{}_{34} = K^5{}_{43} = k\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

全体剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ F_{x3} \\ F_{y3} \\ F_{x4} \\ F_{y4} \end{Bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1+\dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & 0 & 0 & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{1}{2\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & 1+\dfrac{1}{2\sqrt{2}} & 0 & -1 & \dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{1}{2\sqrt{2}} & -1 & 0 & 1+\dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} \\ 0 & -1 & \dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & 0 & 0 & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & 1+\dfrac{1}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \\ U_4 \\ V_4 \end{Bmatrix}$$

4．5 本トラス構造の節点 1 と 4 を固定し、節点に $F_{x2} = 700N$ 、$F_{y2} = -1000N$ を与えたとき、節点 2 の変位 U_2、V_2 及び部材③の応力を求めよ。

3.で求めた式に境界条件と荷重を入れると、

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 700 \\ -1000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\dfrac{1}{2\sqrt{2}} & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{-1}{2\sqrt{2}} & 1+\dfrac{1}{2\sqrt{2}} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

となる。3 行目、4 行目、6 行目から

$$700 = k\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)U_2 + k\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right)V_2$$

$$-1000 = k\left(\frac{-1}{2\sqrt{2}}\right)U_2 + k\left(1+\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)V_2 - kV_3$$

$$0 = -V_2 + V_3$$

となる。上式を連立させると、

$$U_2 = \frac{-300}{k} \qquad V_2 = \frac{\left(-2000\sqrt{2} - 300\right)}{k}$$

となる。

部材③の応力を求める。部材③の伸び$\delta^{③}$は

$$\delta^{③} = \left(U_4 - U_2\right)\cos 135° + \left(V_4 - V_2\right)\sin 135°$$

$$\delta^{③} = \left(0 - \frac{-300}{k}\right)\frac{-1}{\sqrt{2}} + \left(0 - \frac{\left(-2000\sqrt{2} - 300\right)}{k}\right)\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2000}{k}$$

部材③のひずみ$\varepsilon^{③}$は

$$\varepsilon^{③} = \frac{\delta^{③}}{\sqrt{2}\mathrm{L}} = \frac{2000}{\sqrt{2}EA}$$

部材③の応力$\sigma^{③}$は

$$\sigma^{③} = E\varepsilon^{③} = \frac{2000}{\sqrt{2}A}$$

となる。