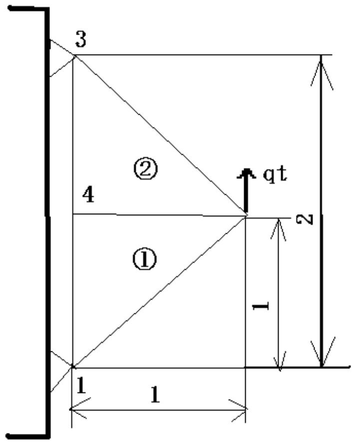

要素①

節点番号 1,2,4 を i,j,k とおくと

変位ひずみマトリックス B は

$$[B] = \frac{1}{2A}\begin{bmatrix} y_i - y_k & 0 & y_k - y_i & 0 & y_i - y_j & 0 \\ 0 & x_k - x_j & 0 & x_i - x_k & 0 & x_j - x_i \\ x_k - x_j & y_i - y_k & x_i - x_k & y_k - y_i & x_j - x_i & y_i - y_j \end{bmatrix}$$

であり$x_i = y_i = 0,\ x_j = y_j = 1,\ x_k = 0\,, x_k = 1$であり A=$\frac{1}{2}$でもあるので

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

また D マトリクッスは$C = \frac{1-\nu}{2}$とおくと

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}$$

以上より剛性マトリックス K は

$$[\mathrm{K}] = \mathrm{t}\cdot\mathrm{A}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix}0 & 0 & -1\\ 0 & -1 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & \nu & 0\\ \nu & 1 & 0\\ 0 & 0 & \mathrm{C}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1\end{bmatrix}$$

$$= \frac{\mathrm{t}}{2}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix}\mathrm{c} & 0 & 0 & & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & \mathrm{c}\\ 0 & 1 & -\nu & & 0 & \nu & -1\\ 0 & -\nu & 1 & & 0 & -1 & \nu\\ -\mathrm{c} & 0 & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & & -\mathrm{c}\\ -\mathrm{c} & \nu & -1 & \mathrm{c} & 1+\mathrm{c} & & -\nu-\mathrm{c}\\ \mathrm{c} & -1 & \nu & -\mathrm{c} & -\nu-\mathrm{c} & & 1+\mathrm{c}\end{bmatrix}$$

よって力と変位の関係は

$$\begin{bmatrix}\mathrm{Fx1}\\ \mathrm{Fy1}\\ \mathrm{Fx2}\\ \mathrm{Fy2}\\ \mathrm{Fx4}\\ \mathrm{Fy4}\end{bmatrix} = \frac{\mathrm{t}}{2}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix}\mathrm{c} & 0 & 0 & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & \mathrm{c}\\ 0 & 1 & -\nu & 0 & \nu & -1\\ 0 & -\nu & 1 & 0 & -1 & \nu\\ -\mathrm{c} & 0 & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & -\mathrm{c}\\ -\mathrm{c} & \nu & -1 & \mathrm{c} & 1+\mathrm{c} & -\nu-\mathrm{c}\\ \mathrm{c} & -1 & \nu & -\mathrm{c} & -\nu-\mathrm{c} & 1+\mathrm{c}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{U1}\\ \mathrm{V1}\\ \mathrm{U2}\\ \mathrm{V2}\\ \mathrm{U4}\\ \mathrm{V4}\end{bmatrix}$$

要素②

節点番号 4,2,3 を i,j,k とおくと

変位ひずみマトリックス B は

$\mathrm{x_i} = 0\mathrm{y_i} = 1,\ \mathrm{x_j} = \mathrm{y_j} = 1,\ \mathrm{x_k} = 0\ ,\mathrm{x_k} = 2$であり A=$\frac{1}{2}$でもあるので

$$[\mathrm{B}] = \begin{bmatrix}-1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

また D マトリクッスは$\mathrm{C} = \frac{1-\nu}{2}$とおくと

$$[\mathrm{D}] = \frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{C} \end{bmatrix}$$

以上より剛性マトリックスＫは

$$[\mathrm{K}] = \mathrm{t}\cdot\mathrm{A}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{C} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\mathrm{t}}{2}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix} 1+\mathrm{c} & \nu+\mathrm{c} & -1 & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & -\nu \\ \nu+\mathrm{c} & 1+\mathrm{c} & -\nu & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & -1 \\ -1 & -\nu & 1 & 0 & 0 & \nu \\ -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & 0 \\ -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & 0 \\ -\nu & -1 & \nu & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

よって力と変位の関係は

$$\begin{bmatrix} \mathrm{Fx4} \\ \mathrm{Fy4} \\ \mathrm{Fx2} \\ \mathrm{Fy2} \\ \mathrm{Fx3} \\ \mathrm{Fy3} \end{bmatrix} == \frac{\mathrm{t}}{2}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix} 1+\mathrm{c} & \nu+\mathrm{c} & -1 & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & -\nu \\ \nu+\mathrm{c} & 1+\mathrm{c} & -\nu & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & -1 \\ -1 & -\nu & 1 & 0 & 0 & \nu \\ -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & 0 \\ -\mathrm{c} & -\mathrm{c} & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & 0 \\ -\nu & -1 & \nu & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{U4} \\ \mathrm{V4} \\ \mathrm{U2} \\ \mathrm{V2} \\ \mathrm{U3} \\ \mathrm{V4} \end{bmatrix}$$

よって全体剛性マトリックスは

$$\begin{bmatrix} \mathrm{Fx1} \\ \mathrm{Fy1} \\ \mathrm{Fx2} \\ \mathrm{Fy2} \\ \mathrm{Fx3} \\ \mathrm{Fy3} \\ \mathrm{Fx4} \\ \mathrm{Fy4} \end{bmatrix} = \frac{\mathrm{t}}{2}\cdot\frac{\mathrm{E}}{1-\nu^{2}}\begin{bmatrix} \mathrm{c} & 0 & 0 & -\mathrm{c} & 0 & 0 & -\mathrm{c} & \mathrm{c} \\ 0 & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 & \nu & -1 \\ 0 & -\nu & 2 & 0 & 0 & \nu & -2 & 0 \\ -\mathrm{c} & 0 & 0 & 2\mathrm{c} & \mathrm{c} & 0 & 0 & -2\mathrm{c} \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{c} & \mathrm{c} & 0 & -\mathrm{c} & -\mathrm{c} \\ 0 & 0 & \nu & 0 & 0 & 1 & -\nu & -1 \\ -\mathrm{c} & \nu & -2 & 0 & -\mathrm{c} & -\nu & 2+2\mathrm{c} & 0 \\ \mathrm{c} & -1 & 0 & -2\mathrm{c} & -\mathrm{c} & -1 & 0 & 2+2\mathrm{c} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathrm{U1} \\ \mathrm{V1} \\ \mathrm{U2} \\ \mathrm{V2} \\ \mathrm{U3} \\ \mathrm{V3} \\ \mathrm{U4} \\ \mathrm{V4} \end{bmatrix}$$

ここで境界条件および力をいれると

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ qt \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{t}{2} \cdot \frac{E}{1- \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2c & 0 & 0 & 0 & -2c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 2+2c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2c & 0 & 0 & 0 & 2+2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1 \\ V1 \\ U2 \\ V2 \\ U3 \\ V3 \\ U4 \\ V4 \end{bmatrix}$$

整理すると

$$\begin{bmatrix} 0 \\ qt \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{t}{2} \cdot \frac{E}{1- \nu^2} \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 2c & 0 & -2c \\ -2 & 0 & 2+2c & 0 \\ 0 & -2c & 0 & 2+2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U2 \\ V2 \\ U4 \\ V4 \end{bmatrix}$$

以上よりそれぞれの変位は

$$U2=0$$

$$U4=0$$

$$V2 = \frac{q(1+\nu)(3-\nu)}{E}$$

$$V4 = \frac{q(1-\nu^2)}{E}$$

となる。