１）テキストの図２．３から表板と心材のつりあい式

$[\tau_c t_c \cdot 1]dx + [d\sigma_{fm} \cdot t_f \cdot 1 \cdot t)] = 0$　の両辺を dx で割ると

$$[\tau_c \cdot t_c] + [(d\sigma_{fm}/dx) \cdot t_f \cdot t] = 0 \qquad (2.12)$$

に式(2.11a)の $\sigma_{fm} = E_f (du/dx)$ を代入すると

$[\tau_c \cdot t_c] + E_f (d^2u/dx^2) t_f t = 0$、さらに式(2.11b)の $\tau_c = G_c \left(\frac{dw}{dx} - \frac{2u}{t} \right)$ を代入して

t で割ると、式(2.13)を得る。

$$E_f \cdot t_f \left(\frac{d^2u}{dx^2} \right) + G_c \cdot \frac{t_c}{t} \left(\frac{dw}{dx} - \frac{2u}{t} \right) = 0 \qquad (2.13)$$

２）曲げモーメントのつりあい式

$M = 2m_f + m_c - \sigma_{fm} \cdot t \cdot t_f$　　を x で微分すると、（ただし、$m_c = 0$）

$dM/dx = 2(dm_f/dx) - (d\sigma_{fm}/dx) \cdot t \cdot t_f$　に

式(2.8)の $dM/dx = F$ を代入し、さらに x で微分すると

$$dF/dx = 2(d^2 m_f/dx^2) - (d^2\sigma_{fm}/dx^2 \cdot) t \cdot t_f \qquad (A)$$

式(2.9)の　$\frac{dF}{dx} = -p_0$、式(2.10b)の $m_f = -D_f \left(\frac{d^2w}{dx^2} \right)$ と

式(2.1２)の $\tau_c t_c = -tt_f (d\sigma_{fm}/dx)$ から　　$(d^2\sigma_{fm}/dx^2) t \cdot t_f = -(d\tau_c/dx) \cdot t_c$ を求め、これら３つの式を式(A)に代入すると

$$-p_0 = -2D_f d^4 w/dx^4 + t_c (d\tau/dx)$$

さらに式(2.11b)の $\tau_c = G_c \left(\frac{dw}{dx} - \frac{2u}{t} \right)$ を代入すると、次式をえる。

$$2D_f \left(\frac{d^4w}{dx^4} \right) - G_c \cdot t_c \left[\frac{d^2w}{dx^2} - \frac{2}{t} \left(\frac{du}{dx} \right) \right] = p_0 \qquad (2.14)$$

結局、式(2.1３)と(2.14)のuとwに関する連立微分方程式を解けばよいが、両式でwを消去してuだけの微分方程式にする。式(2.13)から

$\frac{dw}{dx}=-\frac{E_f t_f}{G_c t_c}\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)t+\frac{2u}{t}$ を求め、さらに $\frac{d^2w}{dx^2}=-\frac{E_f t_f}{G_c t_c}\left(\frac{d^3u}{dx^3}\right)t+\frac{2}{t}\frac{du}{dx}$ と

$\frac{d^4w}{dx^4}=-\frac{E_f t_f}{G_c t_c}\left(\frac{d^5u}{dx^5}\right)t+\frac{2}{t}\frac{d^3u}{dx^3}$ を式(2.14)に代入して計算した後、係数を整理すると

$$\frac{d^5u}{dx^5}-r^2\left(\frac{d^3u}{dx^3}\right)=-\frac{P_0 r^2 t}{2D} \qquad (2.15)$$

となる。ここで、$r^2=G_c t_c\left(\frac{1}{D_1}+\frac{1}{2D_f}\right)$ $\qquad D=D_1+2D_f$ である。

式(2.１５)の微分方程式の解は、次式で与えられる。

$$u=c_1\sinh rx+c_2\cosh rx+c_3x^2+c_4x+c_5+p_0tx^3/(12D) \qquad (2.16)$$

３）uの決定法

未定係数のc_1～c_5はサンドイッチはりの両端の境界条件を考慮して決定すれば、uが求まる。

４）wの決定法

式(2.16)のuの未定係数のc_1～c_5を決定した後で、そのuと２回xで微分した値を式(2.13)の $E_f\cdot t_f\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)+G_c\cdot\frac{t_c}{t}\left(\frac{dw}{dx}-\frac{2u}{t}\right)=0$ に代入して、xで１回積分を行えば、wの式が求まる。積分によって未定係数が１つ現れるが、wの境界条件でこれも決定される。