

第6章

◎問題6.1

上からたわみ角, たわみの順に $-\frac{f_0 l^3}{24EI}$, $-\frac{5f_0 l^4}{384EI}$, $-\frac{Pl^2}{16EI}$, $-\frac{Pl^3}{48EI}$

「重ね合わせの原理」より $\frac{dv}{dx} = -\frac{f_0 l^3}{24EI} - \frac{Pl^2}{16EI}$, $v = -\frac{5f_0 l^4}{384EI} - \frac{Pl^3}{48EI}$

◎問題6.2

上からたわみ角, たわみの順に $\frac{f_0 l^3}{6EI}$, $-\frac{f_0 l^4}{8EI}$, $\frac{Pl^2}{2EI}$, $-\frac{Pl^3}{3EI}$

「重ね合わせの原理」より $\frac{dv}{dx} = \frac{f_0 l^3}{6EI} + \frac{Pl^2}{2EI}$, $v = -\frac{f_0 l^4}{8EI} - \frac{Pl^3}{3EI}$

◎問題6.3

A点においては, 表6.2より $\left. \frac{dv}{dx} \right|_A = \frac{Pl_1^2}{2EI}$, $v_A = -\frac{Pl_1^3}{3EI}$

B点においては $\left. \frac{dv}{dx} \right|_B = \frac{Pl_1^2}{2EI}$

$v_B = v_A - \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_A \times l_2 = -\frac{Pl_1^3}{3EI} - \frac{Pl_1^2 l_2}{2EI}$

◎問題6.4

$0 \leq x \leq \frac{l}{2}$

$M_x = \frac{f_0 x^2}{2}$

$\frac{l}{2} \leq x \leq l$

$M_x = \frac{f_0 l}{2} \left(x - \frac{l}{4} \right)$

$0 \leq x \leq \frac{l}{2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-f_0 x^3}{6EI} + C_1$ (1)

$y = \frac{-f_0 x^4}{24EI} + C_1 x + C_2$ (2)

$\frac{l}{2} \leq x \leq l$

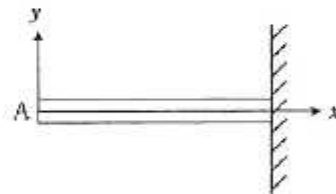
$\frac{dy}{dx} = \frac{-f_0 l}{8EI} (2x^2 - lx) + C_3$

$y = \frac{-f_0 l}{48EI} (4x^3 - 3lx^2) + C_3 x + C_4$

境界条件

$x = l : \frac{dy}{dx} = 0, y = 0$

$x = \frac{l}{2} : \frac{dy_1}{dx} = \frac{dy_2}{dx}, y_1 = y_2$



以上より

$$C_1 = \frac{7f_0 l^3}{48EI}, \quad C_2 = \frac{-41f_0 l^4}{384EI}$$

(1) (2) に代入して、 $x=0$ とすると

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \frac{7f_0 l^3}{48EI}$$

$$y \Big|_{x=0} = \frac{-41f_0 l^4}{384EI}$$

◎問題6.5

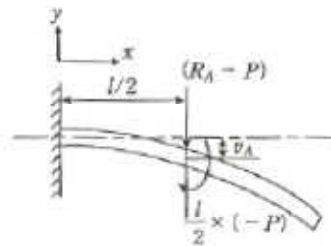
「重ね合わせの原理」より $v_A = \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2}{2EI} \times (-P) \times \frac{l}{2} + \frac{\left(\frac{l}{2}\right)^3}{3EI} \times (R_A - P)$

$$= \frac{l^3}{48EI} (-5P + 2R_A) \dots\dots (1)$$

$$R_A = k \times (-v_A) \dots\dots (2)$$

(1), (2) より

$$R_A = \frac{5kPl^3}{48EI + 2kl^3}$$



◎問題6.6

A部材においてA点のたわみは $\frac{-(P-F)l^3}{3EI} \dots\dots (1)$

B部材においてA点のたわみは $\frac{-Fl^3}{48EI} \dots\dots (2)$

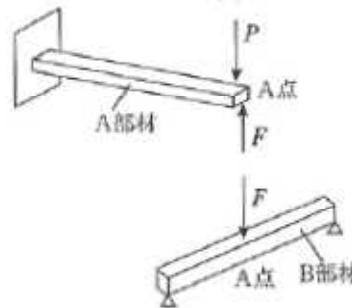
(1) (2) は等しくなければならないから

$$\frac{(P-F)l^3}{3EI} = \frac{Fl^3}{48EI}$$

$$F = \frac{16}{17}P$$

(2) 式に代入して

$$v_A = -\frac{Pl^3}{51EI}$$



◎問題6.7

$$\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{-f_0}{EI} \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$\frac{d^3v}{dx^3} = \frac{-f_0}{EI} \frac{l}{\pi} \left(-\cos \frac{\pi x}{l} \right) + C_1$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{-f_0}{EI} \frac{l^2}{\pi^2} \left(-\sin \frac{\pi x}{l} \right) + C_1 x + C_2$$

$$x=0, l \text{ で } \frac{d^2v}{dx^2}=0 \text{ より } C_1=C_2=0$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{-f_0}{EI} \frac{l^3}{\pi^3} \cos \frac{\pi x}{l} + C_3$$

$$v = \frac{-f_0}{EI} \frac{l^4}{\pi^4} \sin \frac{\pi x}{l} + C_3 x + C_4$$

$$x=0, l \text{ で } v=0 \text{ より } C_3=C_4=0$$

$$x=0 \text{ において } \frac{dv}{dx} = \frac{-f_0 l^3}{EI \pi^3}$$

$$x=\frac{l}{2} \text{ において } v = \frac{-f_0 l^4}{EI \pi^4}$$

◎問題6.8

$$R_B = f_0 l$$

BD間で考えると

$$M(x) = \frac{f_0}{2}(x^2 - 2lx)$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{-f_0}{2EI} \left(\frac{x^3}{3} - lx^2 + \frac{2}{3}l^3 \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$v = \frac{-f_0}{2EI} \left(\frac{x^4}{12} - \frac{l}{3}x^3 + \frac{2}{3}l^3x \right) \dots\dots\dots (2)$$

中央部でのたわみは $x=l$ を (2) に代入して

$$v = \frac{-5f_0 l^4}{24EI}$$

B点でのたわみ角は $x=0$ を (1) に代入して

$$\frac{dv}{dx} = \frac{-f_0 l^3}{3EI}$$

A点でのたわみは

$$\frac{-f_0 l^3}{3EI} \times (-l) = \frac{f_0 l^4}{3EI}$$

◎問題6.9

$$\text{明らかに } M_0 = M_4 = 0$$

$$\text{対称性より } M_1 = M_3$$

3モーメントの式より

$$4M_1 + M_2 = \frac{-f_0 l^2}{2}$$

$$M_1 + 2M_2 = \frac{-f_0 l^2}{4}$$

以上より

$$M_1 = \frac{-3f_0 l^2}{28}, M_2 = \frac{-f_0 l^2}{14}$$

まとめると

$$M_0 = M_4 = 0, M_1 = M_3 = -\frac{3f_0 l^2}{28}, M_2 = -\frac{f_0 l^2}{14}$$