演習問題6 の解答

問題6.1 の解答

　力のつり合いより，

$$R_A + R_B = P_1$$

モーメントのつり合いより，

$$P_1(l_2 + d) = R_A l$$

両式より，

$$R_A = \frac{(l_2 + d)P_1}{l}, \qquad R_B = \frac{(l_1 - d)P_1}{l}$$

となる。

問題6.2 の解答

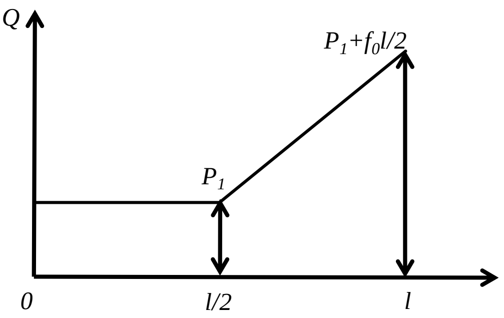
$0 \leqq x \leqq l/2$のとき

$$Q = P_1, \qquad M = P_1 x$$

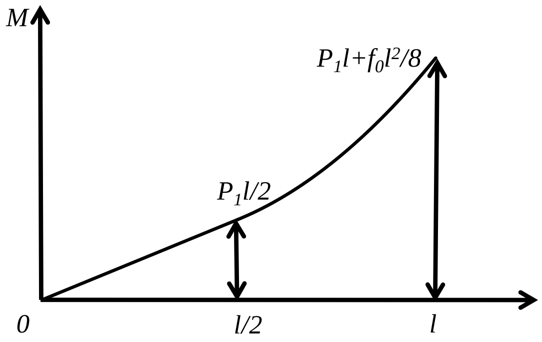
$l/2 \leqq x \leqq l$のとき

$$Q = P_1 + f_0(x - l/2), \qquad M = P_1 x + f_0(x - l/2)^2/2$$

より，下記のようなSFD とBMD となる。



SFD



BMD

問題6.3 の解答

片持はり固定端における最大曲げモーメント$M_{\max}$ は，

$$M_{\max} = \frac{f_0 l^2}{2} = \frac{5 \times 2^2}{2} = 10(\mathrm{kN \cdot m})$$

一辺の長さをaとすると，最大曲げ応力$\sigma_{\max} = M_{\max}$/断面係数で得られるので

$$\sigma_{\max} = \frac{6M_{\max}}{a^3} = \frac{6 \times 10 \times 10^3}{a^3} = 60 \times 10^6(\mathrm{Pa})$$

より $a=0.1\mathrm{m}=100\,\mathrm{mm}$ となる。

問題6.4 の解答

両端単純支持はりの中央に集中荷重が作用する場合の最大曲げモーメントは$M_{\max} = Pl/4$最大曲げ応力は$\sigma_{\max} = M_{\max}/z$，ここでパイプの断面係数$z$ は

$$z = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{32d_2}$$

であるので，許容応力σ_a に相当する集中荷重P は

$$200(\mathrm{MPa}) = \frac{8d_2 lP}{\pi(d_2^4 - d_1^4)} \quad \rightarrow \quad P = \frac{200 \times 10^6 \times \pi(d_2^4 - d_1^4)}{8d_2 l} = 859(\mathrm{N})$$

$$= 87(\mathrm{kgf})$$

以上より，87 kg までつるすことができる。

問題6.5 の解答

両端の曲げモーメントをM_1, M_2 とすれば

$$M_2 - M_1 = \int_1^2 Q dx = Q \times 0.3 \quad \rightarrow \quad 8.4 - 6.6 = 0.3Q \quad \rightarrow \quad Q = 6(\mathrm{kN})$$

最大せん断応力$\tau_{\max}$ は，

$$\tau_{\max} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot bh} = \frac{3 \times 6 \times 10^3}{2 \times 15 \times 30 \times 10^{-6}} = 20(\mathrm{MPa})$$

となる.

問題6.6 の解答

板の上に積もった雪の荷重は

$$P = 30 \times 150 \times 200 \times 0.2 = 180(\mathrm{kgf}) = 1764(\mathrm{N})$$

板の単位長さあたりに作用する荷重は

$$f_0 = \frac{1764}{2} = 882(\mathrm{N/m})$$

分布荷重が作用する両端支持はりの最大たわみは$v_{\max}$,

$$v_{\max} = -\frac{5f_0 l^4}{384EI} = \frac{5 \times 882 \times 2^4 \times 12}{384 \times 10 \times 10^9 \times 0.3 \times 0.05^3} = -5.88 \times 10^{-3}(\mathrm{m})$$

となる.

問題6.7 の解答

アンテナポールが強風によって受ける荷重P は

$$P = C_D \frac{\rho}{2} v_\omega^2 A = 1.11 \times \frac{1.23}{2} \times 20^2 \times \frac{\pi \times 0.6^2}{4} = 77.2(\mathrm{N})$$

アンテナポールを片持はりと考えると，先端に集中荷重が作用する片持はりの最大たわみ$v_{\max}$は，円管の断面二次モーメント$I = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{64} = 8.7 \times 10^{-8}(\mathrm{m}^4)$を用いて

$$\mathrm{v}_{\max} = -\frac{Pl^3}{3EI} = \frac{77.2 \times 1^3}{3 \times 200 \times 10^9 \times 8.7 \times 10^{-8}} = -0.00148(\mathrm{m}) = -1.48(\mathrm{mm})$$

となる。

問題6.8 の解答

四点曲げの問題を上下逆転させたモデルに置き換えて考えればよいので，
$0 \leqq x \leqq a$において

$$M = -Px \quad \rightarrow \quad \frac{dv_1}{dx} = \frac{P}{EI}\left(\frac{x^2}{2} + C_1\right), \quad v_1 = \frac{P}{EI}\left(\frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2\right)$$

ならびに，　$a \leqq x \leqq l - a$において

$$M = -Pa \quad \rightarrow \quad \frac{dv_2}{dx} = \frac{P}{EI}(ax + C_3), \quad v_2 = \frac{P}{EI}\left(\frac{ax^2}{2} + C_3 x + C_4\right)$$

に対して，境界条件$x = a$において

$$v_1 = v_2 = 0, \quad \frac{dv_1}{dx} = \frac{dv_2}{dx}$$

$x = l/2$において

$$\frac{dv_2}{dx} = 0$$

より未定係数を決定すると

$$v_1 = \frac{P}{6EI}\{x^3 - 3a(l-a)x + a^2(3l-4a)\},$$

$$\frac{dv_1}{dx} = \frac{P}{2EI}\{x^2 - a(l-a)\}$$

$$v_2 = \frac{Pa}{2EI}\{x^2 - lx + a(l-a)\}$$

が得られるので，A 点$(x = 0)$ でのv_1 とdv_1/dx , C 点$(x = l/2)$ でのv_2 を求めればよい。

$$(v_1)_A = \frac{Pa^2(3l-4a)}{6EI}, \qquad \left(\frac{dv_1}{dx}\right)_A = -\frac{Pa(l-a)}{2EI}, \qquad (v_2)_C = -\frac{Pa(l-2a)^2}{8EI}$$

となる。

問題6.9 の解答

荷重条件の対称性からB 点に作用する反力R_B は$R_B = f_0 l$となる。次にBD 間でのモーメント分布を考えると$M(x) = \frac{f_0}{2}(x^2 - 2lx)$となり, このときのたわみ角とたわみは,

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{f_0}{2EI}\left(\frac{x^3}{3} - lx^2 + \frac{2}{3}l^3\right)$$

$$v = -\frac{f_0}{2EI}\left(\frac{x^4}{12} - \frac{1}{3}lx^3 + \frac{2}{3}l^3 x\right)$$

中央部でのたわみは, $x = l$を式(6.9.2) に代入して

$$(v)_C = -\frac{5f_0 l^4}{24EI}$$

B 点でのたわみ角は, $x = 0$を式(6.9.1) に代入して

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{f_0 l^3}{3EI}$$

であるので，A 点でのたわみは

$$(v)_A = -\frac{f_0 l^3}{3EI} \times (-l) = \frac{f_0 l^4}{3EI}$$

となる。

問題6.10 の解答

図6.45 の右側の断面の下側を基準として、先ず図心位置$\bar{x}$を求める。

$$\bar{x} = \frac{8\times 54\times \dfrac{54}{2} + 50\times 6\times \left(54+\dfrac{6}{2}\right)}{8\times 54 + 50\times 6} = \frac{11664+17100}{732} = 39.3(\mathrm{mm})$$

断面全体の断面二次モーメントIは，平行軸の定理を用いて

$$\begin{aligned} I &= \frac{8\times 54^3}{12} + 8\times 54\times\left(39.3-\frac{54}{2}\right)^2 + \frac{50\times 6^3}{12} + 50\times 6\times\left\{\left(54+\frac{6}{2}\right)-39.3\right\}^2 \\ &= 104976+65357.3+900+93987 \\ &= 2.65\times 10^5(\mathrm{mm}^4) \\ &= 2.65\times 10^{-7}(\mathrm{m}^4) \end{aligned}$$

が得られるので，これを用いて，点C でのたわみ角

$$\left(\frac{dv}{dx}\right)_C = -\frac{f_0 l^3}{6EI} = \frac{1000\times 0.5^3}{6\times 206\times 10^9\times 2.65\times 10^{-7}} = -3.82\times 10^{-4}(\mathrm{rad})$$

点C でのたわみ

$$(v)_C = -\frac{f_0 l^4}{8EI} = -\frac{1000\times 0.5^4}{8\times 206\times 10^9\times 2.65\times 10^{-7}} = -1.43\times 10^{-4}(\mathrm{m})$$

点A でのたわみ

$$\begin{aligned} (v)_A = (v)_C + 0.5\times\left(\frac{dv}{dx}\right)_C &= -1.43\times 10^{-4} - 0.5\times 3.82\times 10^{-4} \\ &= -3.34\times 10^{-4}(\mathrm{m}) \\ &= -0.334(\mathrm{mm}) \end{aligned}$$

となる。