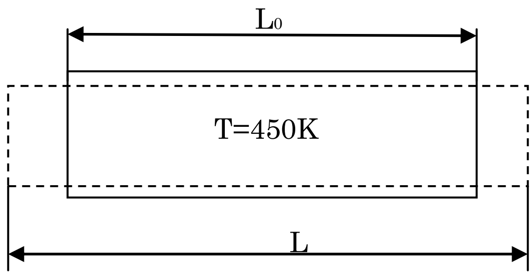
10 月 25 日配布

# 練習問題 2

１．直径 10[cm]，長さ 100[cm]，ヤング率 72[GPa]，線膨張係数 $2.36\times10^{-5}$ [1/K]の棒がある．この棒が温度 450[K]で，加熱された時の伸びる長さを求めよ．



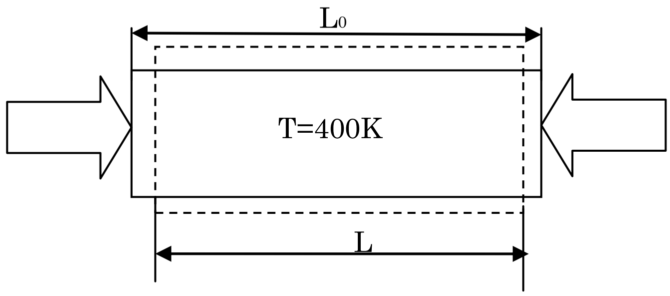

問題より，元の長さ L, は

$$L = 100[\mathrm{cm}] = 1[\mathrm{m}]$$

テキスト p. 32 式(3.29)より，温度変化による伸び量λは,

$$\lambda = \alpha\Delta TL = 2.36\times10^{-5}\times450\times1$$
$$= 1062\times10^{-5}[\mathrm{m}]$$
$$= 1.06\times10^{-2}[\mathrm{m}]$$
$$\therefore = 1.06[\mathrm{cm}]$$

２．一辺が 5[cm]の正方形断面で，長さ 100[cm]，ヤング率 210[GPa]，線膨張係数 $1.2\times10^{-5}$ [1/K]の棒がある．この棒を温度 400[K]で加熱後，棒全体を 10[mm]圧縮した場合のひずみを求めよ．




問題より，元の長さ L, ヤング率 E，縮み量λは

$$L = 100[\mathrm{cm}] = 1[\mathrm{m}]$$
$$E = 210[\mathrm{GPa}] = 210\times10^{9}[\mathrm{Pa}]$$
$$\lambda = -10[\mathrm{mm}] = -0.01[\mathrm{m}]$$

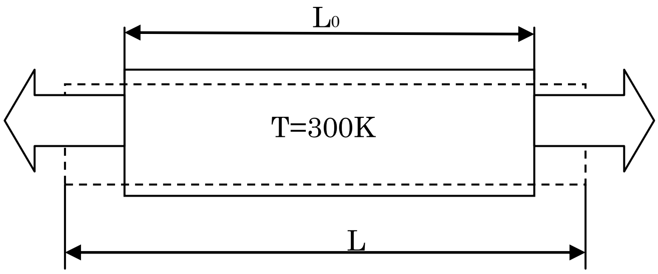
テキスト p.33 式（3.31）より温度変化と圧縮力によるひずみ ε は,

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{L} + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon = -\frac{0.01}{1} + 1.2 \times 10^{-5} \times 400$$

$$\therefore = -0.0052$$

３．一辺が 5[cm]の正方形断面で，長さ 500[mm]，ヤング率 210[GPa]，線膨張係数 1.0×10$^{-5}$ [1/K]の棒を温度 300[K]で加熱後，5[mm]棒全体を引張った時のひずみを求めよ．




問題より，元の長さ L, ヤング率 E，伸び量λは

$$L = 500[\mathrm{mm}] = 0.5[\mathrm{m}]$$

$$E = 210[\mathrm{GPa}] = 210 \times 10^{9}[\mathrm{Pa}]$$

$$\lambda = 5[\mathrm{mm}] = 0.005[\mathrm{m}]$$

テキスト p.33 式(3.31)より温度変化と引張り力によるひずみ ε は,

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{L} + \alpha\Delta T$$

$$\varepsilon = \frac{0.005}{1} + 1.0 \times 10^{-5} \times 300$$

$$\therefore = 0.008$$

４. 直径が 5[cm]，長さ 500[mm]，ヤング率 210[GPa]，線膨張係数 1.0×10$^{-5}$ [1/K]の棒を，500[K]で加熱し，その後，元の長さまで圧縮した時の応力を求めよ．

問題より，元の長さ L, ヤング率 E は

$$L = 500[\mathrm{mm}] = 0.5[\mathrm{m}]$$

$$E = 210[\mathrm{GPa}] = 210 \times 10^{9}[\mathrm{Pa}]$$

テキスト p.33 式（3.32）より，熱応力 σ は

$$\sigma = -E\alpha\Delta T$$

$$= -210 \times 10^{9} \times 1.0 \times 10^{-5} \times 500$$

$$= 1.05 \times 10^{9}[\mathrm{Pa}]$$

$$\therefore = 1.05[\mathrm{GPa}]$$

５. 直径が 5[mm], 長さ 5[m], ヤング率 210[GPa], 線膨張係数 $2.0\times10^{-5}$ [1/K]の棒がある. この棒を，5 [mm]伸ばすには，温度を何 k 上昇させれば良いか求めよ.

問題より，元の長さ L 伸び量λは

$$L = 5[m]$$

$$\lambda = 5[mm] = 0.005[m]$$

テキスト p.33　式（3.32）より，温度⊿T は

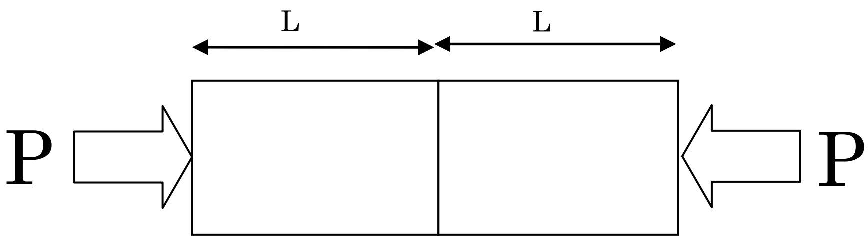
$$\lambda = \alpha\Delta TL$$

$$\Delta T = \frac{\lambda}{\alpha L}$$

$$= \frac{0.005}{2.0\times10^{-5}\times5}$$

$$= 50[K]$$

６．直径が 5[mm]，長さ 1[m]が等しく，ヤング率と線膨張係数が異なる二本の棒（A,B）がある．棒 A の線膨張係数を $2.0\times10^{-5}$ [1/K]，ヤング率を 210[GPa]，棒 B の線膨張係数を $1.0\times10^{-5}$ [1/K]，ヤング率を 70[GPa]とする．二本の棒の端面を溶接して，二本を直列につなげて，これを，300[K]で加熱した時の全体の長さを求めよ．また，棒の端面に圧縮力を作用させ，もとの長さにするための力を求めよ．




問題より，長さ L，直径 $d_1$，直径 $d_2$, ヤング率 E，力 P は

$$L = 1[m]$$

$$E_1 = 210[GPa] = 210\times10^9[Pa]$$

$$E_2 = 70[GPa] = 70\times10^9[Pa]$$

テキスト p.32 式(3.29)より，温度変化による伸び量$\lambda_1$，$\lambda_2$は

$$\lambda_1 = \alpha_1\Delta TL$$

$$\lambda_2 = \alpha_2\Delta TL$$

λ₁，λ₂より，全体の伸び量λは

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = \alpha_1 \Delta TL + \alpha_2 \Delta TL$$
$$= (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta TL$$

圧縮力Pによる変形は次のようになる

$$\lambda_1' = \frac{PL_1}{AE_1}$$

$$\lambda_2' = \frac{PL_2}{AE_2}$$

$\lambda_1'$，$\lambda_2'$より，全体の伸び量λ'は

$$\lambda' = \frac{PL}{AE_1} + \frac{PL}{AE_2}$$

$$= \frac{PL(E_1 + E_2)}{AE_1E_2} = \frac{\sigma(E_1 + E_2)}{E_1E_2}$$

よって，変形が拘束されている条件より熱応力は

$$\lambda + \lambda' = 0$$

$$(\alpha_1 + \alpha_2)\Delta TL + \frac{\sigma(E_1 + E_2)}{E_1E_2} = 0$$

$$\frac{\sigma(E_1 + E_2)}{E_1E_2} = -(\alpha_1 + \alpha_2)\Delta TL$$

$$\sigma = -\frac{E_1E_2(\alpha_1 + \alpha_2)\Delta TL}{(E_1 + E_2)}$$

$$= -\frac{210 \times 10^9 \times 70 \times 10^9 \times (2.0 \times 10^{-5} + 1.0 \times 10^{-5}) \times 300 \times 1}{(210 \times 10^9 + 70 \times 10^9)}$$

$$= 47250 \times 10^4 [\mathrm{Pa}]$$

$$= 473[\mathrm{MPa}]$$