

軽量構造力学レポート

機械工学科 3年 61112 小林禎史

例題3. 1の関連問題と長さが違う問題

直径**40mm**、肉厚**1.5mm**、長さ**750mm**の鋼管がある。この材料の降伏点は**520MPa**、引張り強さは**660MPa**である。終極荷重として圧縮で**70kN**、引張りで**90kN**が作用するとき、余裕安全率を求めよ。圧縮のとき端末条件係数、端末が溶接してあるので、引張りのとき強度低下が**15%**あるとする。

断面2次モーメントIは、円周率 π を3.14として計算すると

$$I = \frac{\pi}{64} (d_2^4 - d_1^4) \approx \pi r_m^2 t = \frac{\pi}{8} t d_0^3 = 37680 \text{ mm}^4$$

d_0 : 平均直径、 r_m : 平均半径、 d_2 : 外径、 d_1 : 内径

断面積Aも近似計算して

$$A = \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) \approx \pi t d_0 = 188.4 \text{ mm}^2$$

$$\therefore i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{37680}{188.4}} = 14.1 \quad \therefore \frac{\ell}{i} = \frac{750}{14.1} = 53.19$$

テトマイヤーの式を用いて長柱と短柱の接する細長比を計算すると、 $E = 207 \text{ GPa}$ として、

$$\sqrt{3}\pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} = \sqrt{3}\pi \sqrt{\frac{207 \times 10^9}{520 \times 10^6}} = 108.57$$

を得る。先に計算した細長比**53.19**はこれより小さいので、この例の鋼管は短柱に入る。座屈応力は教科書 p.51 式(3.16)から、

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \sigma_y \left[1 - \frac{2}{3\sqrt{3}\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \left(\frac{\ell}{i} \right) \right] \\ &= 520 \times 10^6 \left[1 - \frac{2}{3\sqrt{3}\pi} \sqrt{\frac{520 \times 10^6}{207 \times 10^9}} \times 53.19 \right] \\ &= 350.156 \dots \times 10^6 \approx 350 \text{ MPa} \end{aligned}$$

となる。

座屈荷重は

$$P_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = 350 \times 10^6 \times 188.4 \times 10^{-6} = 65969.54 \dots \approx 66.0 \text{ kN}$$

余裕安全率は

$$f = \frac{P_{cr}}{P} - 1 = \frac{66.0}{70} - 1 = -0.0571 \dots = -0.06$$

引張りでの終極強さは

$$660 \times 10^6 \times 0.85 = 561 \text{ MPa}$$

であり、荷重では

$$P_{crT} = 561 \times 10^6 \times 188.4 \times 10^{-6} = 105692.4 \approx 106 \text{ kN}$$

となることから、余裕安全率は

$$f = \frac{P_{crT}}{P} - 1 = \frac{106}{90} - 1 = 0.17$$

となる。

よってテトマイヤーの式においては、座屈荷重に対して安全率が充分でない。すなわち、座屈を生じる恐れがある。