

演習問題 2 の解答

問題 2.1 の解答

$$(1) P_3 = 20\text{kgf} = 20 \times 9.8 = 196\text{N} \text{ したがって}$$

$$P_4 = P_1 + P_2 - P_3 = 230 + 180 - 196 = 214\text{N} = 21.8\text{kgf}$$

$$(2) 1-2: 230 - 180 = 50\text{N}$$

$$2-3: 180 + 196 = 376\text{N}$$

$$3-4: 214 - 196 = 18\text{N}$$

問題 2.2 の解答

$$\text{応力 } \sigma = \frac{P}{A} \text{、ひずみ } \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{、伸び } \lambda = \frac{Pl}{EA} = \varepsilon l \text{ より、}$$

$$\textcircled{1} \sigma_1 = \frac{4 \times 1000(\text{N})}{\pi(0.002)^2(\text{m}^2)} = 318 \times 10^6(\text{Pa}) = 318(\text{MPa})$$

$$\varepsilon_1 = \frac{318(\text{MPa})}{206(\text{GPa})} = 1.54 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_1 = 1.54 \times 10^{-3} \times 1000(\text{mm}) = 1.54(\text{mm})$$

$$\textcircled{2} \sigma_2 = \frac{4 \times 1000(\text{N})}{\pi(0.003)^2(\text{m}^2)} = 141 \times 10^6(\text{Pa}) = 141(\text{MPa})$$

$$\varepsilon_2 = \frac{141(\text{MPa})}{70(\text{GPa})} = 2.01 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_2 = 2.01 \times 10^{-3} \times 1000(\text{mm}) = 2.01(\text{mm})$$

$$\textcircled{3} \sigma_3 = \frac{4 \times 1000(\text{N})}{\pi(0.005)^2(\text{m}^2)} = 50.9 \times 10^6(\text{Pa}) = 50.9(\text{MPa})$$

$$\varepsilon_3 = \frac{50.9(\text{MPa})}{10(\text{GPa})} = 5.09 \times 10^{-3}$$

$$\lambda_3 = 5.09 \times 10^{-3} \times 1000(\text{mm}) = 5.09(\text{mm})$$

(参考)位取りについて

$$1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 1 \frac{\text{N}}{(10^{-3})^2 \text{m}^2} = 1 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1\text{MPa}$$

であるので、荷重を N、断面積を mm^2 で表せば、応力は MPa の単位で出てくる。

問題 2.3 の解答

針金にかかる力は

$$P(N) = M(\text{kg}) \times g(\text{m/s}^2) = Mg(N) \quad (2.3.1)$$

となるので、式(2.17)より

$$\lambda_s = \frac{Mg(N) \times l(m)}{E_s \times 10^9(\text{Pa}) \times A_s \times 10^{-6}(\text{m}^2)} = \frac{Mgl}{E_s A_s} \times 10^{-3}(m) = \frac{Mgl}{E_s A_s}(mm) \quad (2.3.2)$$

が解。

アルミニウムに置き換えた場合の伸びは

$$\lambda_A = \frac{Mgl}{E_A A_A}(mm) \quad (2.3.3)$$

となり、これが軟鋼の場合と同じになるためには式(2.3.2)と式(2.3.3)を等置して

$$A_A = \frac{E_S}{E_A} A_S \quad (2.3.4)$$

が解。

式(2.3.4)を書き換えると

$$E_S A_S = E_A A_A \quad (2.3.5)$$

となり、伸び(ひずみ)を同じにするためには、引っ張り剛性を同じにすればよい。これは式(2.17)からも自明である。

問題 2.4 の解答

長さ方向のひずみは、

$$\varepsilon = \frac{0.5(mm)}{500(mm)} = 1 \times 10^{-3}$$

幅方向のひずみは、

$$\varepsilon' = -\nu\varepsilon = -0.3 \times 10^{-3}$$

幅方向の変形量は、

$$\lambda' = \varepsilon' b = -0.3 \times 10^{-3} \times 100(mm) = -0.03(mm)$$

問題 2.5 の解答

式(2.17)より

$$\text{棒 1 の伸び} : \lambda_1 = \frac{Pl_1}{E_1 A'} \quad \text{棒 2 の伸び} : \lambda_2 = \frac{Pl_2}{E_2 A}$$

となり、全体の伸びは

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = \left(\frac{l_1}{E_1} + \frac{l_2}{E_2}\right) \frac{P}{A}$$

と求められる。

問題 2.6 の解答

この松材の破壊荷重は $50 \times 10^6(\text{Pa}) \times 0.05(\text{m}) \times 0.1(\text{m}) = 250(\text{kN})$ で、許容荷重は安全率 7 で割り、 $250/7(\text{kN})$ となる。したがって、アルミ合金の等価断面積を $S(\text{m}^2)$ とすると、

$$\frac{250 \times 10^3(\text{N})}{7} = \frac{400 \times 10^6(\text{N/m}^2) \times S(\text{m}^2)}{3}$$

が成り立ち、

$$S(\text{m}^2) = \frac{250 \times 10^3(\text{N})}{7} \times \frac{3}{400 \times 10^6(\text{N/m}^2)} = 268 \times 10^{-6}(\text{m}^2)$$

となる。これより、アルミ棒の直径は

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times 268(\text{mm})} = 18.5(\text{mm})$$

と計算される。

問題 2.7 の解答

まず、ボルトの許容応力は

$$\sigma_a = \frac{\sigma_B}{S} = 84(\text{MPa})$$

である。パスカルの原理により、ふたの形にかかわらず、

$$W = \frac{\pi}{4} D^2 p$$

の力がふた、つまりボルトに作用する。

また、ボルト 1 本の許容荷重を F とすると、

$$n \geq \frac{W}{F} = \frac{D^2 p}{d^2 \sigma_a} = \frac{500^2 \times 0.6}{12^2 \times 84} = 12.4$$

つまり、13 本と計算できる。

(注 1)ねじ (ボルトを含む) の呼称に M.. というのがあるが、M はメートルねじを、.. の数字は直径を mm 単位でたとえば M12 と表す。この場合の 12 はねじの外径を示しており、ねじでは溝を切っている分だけ有効直径が小さくなるので、注意が必要である。

M12 のねじの有効直径は約 10.8 mm である。上記の解答は有効直径を 12 mm として計算した。

(注 2)この問題では計算上は 13 本となったが、円周を 13 等分するのは大変なので、加工・製作の観点からは 15 本 (おそらく 16 本)とするであろう。